HEURÍSTICAS EN LA EDUCACIÓN DIALÓGICA DE PRIMER AÑO DE UNA ESCUELA SECUNDARIA DE LA BOCA

Lorena Verónica Belfiori
Instituto William C Morris. Argentina
lorenabelfiori@gmail.com
Nivel Medio

Palabras clave: Educación dialógica. Heurísticas. Interpretación.

Resumen

Al enseñar matemática al igual que cualquier otra materia, debemos tomar una posición epistemológica y ser coherente con ella tanto en la forma de enseñar como en la manera de guiar a nuestros alumnos para que estudien.

Al resolver los ejercicios se suele mostrar una única forma sin tener en cuenta todos los posibles caminos que podríamos haber implementado para llegar a la respuesta y sobre todo, nunca se suele indicar los intentos fallidos que tuvieron los matemáticos cuando se enfrentaron a un problema ni los procedimientos erróneos que aplicaron para demostrar un teorema ni el tiempo que les llevó hacerlo. Así se da la impresión de que en matemática todo es perfecto y de resolución única e inmediata sin detenernos en la importancia de las heurísticas que pueden utilizar nuestros estudiantes.

Proponemos realizar una educación dialógica en la cual los educandos empleen distintas estrategias para solucionar situaciones problemáticas de la matemática, fomentar en ellos su práctica y enseñarles la importancia de las mismas.

Buscando ofrecerles a nuestros aprendices herramientas para ser ciudadanos libres, críticos y pensantes usamos el estudio de heurísticas para realizar el siguiente trabajo en el cual analizamos la producción durante tres años consecutivos de los alumnos en cursos de primer año de escuela secundaria en una institución en La Boca.

Introducción

Cuando enseñamos algún tema de matemática, ya sea por costumbre, ya sea por seguir la metodología de algún libro de texto o por reproducir la ideología de una corriente pedagógica, solemos introducir los contenidos a desarrollar a través de una situación problemática bien armada con la que se obtienen como resultados números exactos, llegando así a una respuesta sin mucha discusión.

Mostramos una forma de resolver los ejercicios sin tener en cuenta todos los posibles caminos que podríamos haber implementado para llegar a la respuesta y sobre todo, nunca indicamos los intentos fallidos que tuvieron los matemáticos cuando se enfrentaron a un problema ni los caminos erróneos que aplicaron para demostrar un teorema ni el tiempo que les llevó hacerlo. Solemos dar la impresión de que en matemática todo es perfecto y de resolución única e inmediata sin detenernos en la importancia de las heurísticas que pueden utilizar nuestros estudiantes.

Transmitimos de esta manera la idea equivocada de una matemática cerrada, rígida y sólo apta para algunos genios iluminados. Pero el hacer matemática va más allá de meros resultados numéricos o geométricos, tiene relación con todo el proceso existente entre la lectura de un problema y la obtención de la respuesta, tiene que ver con todo lo que está en el medio, con todo lo que forma parte de la solución, siendo de gran importancia ese camino a veces sinuoso y no tan directo como aparenta ser en los libros de texto o en las clases expositivas.

Si continuamos con esta visión, se nos tornará muy dificultosa la tarea de transmitirles a nuestros educandos el gusto por la matemática. La educación bancaria, aquella que sólo permite a los alumnos ser receptores y repetidores de lo que dice el profesor en vez de ser partícipes de la construcción de sus propios conocimientos, lo único que genera es más pavor por esta ciencia, la cual ya, de por sí, tiene la fama de ser difícil de aprender.

Además, es poco frecuente en la escuela secundaria presentar ejemplos ilustrativos de aplicaciones reales, en cambio, son muy habituales los modelos que muestran seudo-aplicaciones. Es decir, la matemática se presenta divorciada del contexto y pierde representatividad en los alumnos.

Cuando descontextualizamos los problemas y planteamos resolver ejercicios puramente matemáticos, nos encontramos con muchos estudiantes que pierden el interés por la materia o utilizan la repetición de mecanismos para resolverlos sin tener la más mínima idea del porqué hacerlo de esa forma y no de otra.

Como docentes debemos estar atentos a esa pérdida de reflexión y comprensión para evitar que los escolares se conviertan en autómatas en vez de personas libres, críticas y reflexivas.
Siguiendo las ideas de Paulo Freire quien pregonaba una educación dialógica con el fin de transformar a nuestros educandos en ciudadanos con capacidad de elección y criticismo, proponemos implementar en las clases de matemáticas ejercicios que vayan más allá de los resultados puramente numéricos, fomentando en los chicos de esta manera el análisis de los resultados obtenidos y de los caminos recorridos para hallarlos incluyendo los procedimientos que no los condujeron a la respuesta correcta o simplemente a una respuesta.

Buscando ofrecerles a nuestros alumnos herramientas para ser ciudadanos libres, críticos y pensantes usamos el estudio de heurísticas para realizar el siguiente trabajo en el cual analizamos la producción durante tres años consecutivos de los colegiales en cursos de primer año de escuela secundaria en una institución en La Boca. Una vez por semana las clases de matemática cuentan con la presencia extra de otra profesora de la materia. Durante las mismas se trabaja bajo la modalidad de aula taller, los alumnos separados en grupos de cuatro personas se enfrentan a situaciones problemáticas que deben resolver explicitando absolutamente todo lo que se les ocurre para hacerlo y todos los intentos realizados sin importar que estos conduzcan o no a la respuesta.

Educación dialógica

La educación dialógica propone ser un buen profesor en el sentido de formar a nuestros educandos como ciudadanos socialmente movilizados y políticamente activos para lo cual es necesario reformular la teoría del conocimiento sobre la que se sostienen la pedagogía y la didáctica escolares. Por eso, la toma de posición epistemológica se centra en la comprensión del proceso de enseñanza-aprendizaje como un acto de conocimiento, y el conocimiento no se transmite sino que se construye. Y son los alumnos, precisamente, quienes deben construirlo. De ahí que los docentes debamos aprender a poner en práctica en forma coherente, lo que no es fácil, pero sí posible, el carácter gnoseológico de la educación. En este sentido, las relaciones de enseñanza-aprendizaje con nuestros aprendices deberán cambiar sustancialmente.

Es necesario entender a la educación como un acto de conocimiento porque la única forma de pensar en el diálogo, es decir, en la existencia de sujetos libres y autónomos, es a partir de individuos que realmente conocen, y no que reciben en forma pasiva paquetes prefabricados de información. Por ello se educa en pos de formar sujetos competentes para darle forma propia a la información y no ser formados por ella. Además, porque sólo sobre la base de individuos intelectualmente autónomos, es decir, críticos, es posible pensar en ciudadanos movilizados y realmente participativos en el plano socio-político.

La educación dialógica se concibe como una pedagogía superadora de las relaciones educativas bancarias, ya que es necesario que los alumnos se asuman como sujetos, aprendiendo a rechazar la posición inculcada por la educación tradicional de meros recipientes pasivos de datos y conocimientos preelaborados.

A través del uso de heurísticas propias los estudiantes deben ser reflexivos y construir su propio conocimiento dándole forma a su aprendizaje.

Lens (2001) nos recuerda que toda información debe ir precedida de cierta problematización porque sin ella deja de ser un momento fundamental del acto de conocimiento y se convierte en la sola transferencia de los contenidos desde los profesores hacia los alumnos. Contrariamente a esto, en la educación tradicional del sistema primero se explica y, luego, con suerte, si el grupo de alumnos tiene cierto interés y deseos de aprender, suelen aparecer algunas problematizaciones pero si eso no ocurre, como en la mayoría de las aulas, las problematizaciones brillarán por su ausencia.

Heurística en matemática

En matemática, la heurística existe desde la Grecia antigua. Muchos de sus métodos son usados desde matemáticos griegos como Pitágoras. Sin embargo, la formalización y el alto grado de rigor en esta ciencia le han restado importancia al estudio del descubrimiento, considerándolo más bien de interés para la psicología. Aunque existe el campo de la teoría de la demostración, éste nada tiene que ver con encontrar patrones de demostración o reglas para probar teoremas.

Podemos definirla como la capacidad de un sistema para realizar de forma inmediata innovaciones positivas para sus fines. La capacidad heurística es un rasgo característico de los humanos, desde cuyo punto de vista puede describirse como el arte y la ciencia del descubrimiento y de la invención o de resolver problemas mediante la creatividad y el pensamiento lateral o divergente.

Una excepción en su estudio es el trabajo pionero de George Polya (1887-1985), matemático de origen húngaro, quien dedicó gran parte de su labor (además de sus investigaciones originales en la teoría de funciones y probabilidad) a desarrollar una teoría heurística para la resolución de problemas en matemática y a dar descripciones detalladas de varios de sus métodos.

Históricamente, la noción de heurística se le atribuye a Pappus (300 d.c.), quien propone la rama de estudio denominada "analyomenos", que bien puede traducirse como "el tesoro del análisis" o "el arte de resolver problemas". Dos son las estrategias principales que se planteaban para resolver problemas en geometría: la primera consiste en asumir que la solución está dada y se trabaja "desde atrás" hasta encontrarse con algo ya conocido o que se sabe verdadero. La otra es "hacia adelante": se empieza considerando el conocimiento matemático (axiomas y teoremas ya probados) y se trabaja hacia el resultado. A estos dos métodos se les denomina análisis y síntesis respectivamente.

Pero esos métodos no son los únicos. Marino y Rodríguez (2009) exponen la siguiente organización de heurísticas:

Descriptores generales	**Heurísticas**	**Descripción**
Planificar	Trabajar hacia adelante	Abordar el problema partiendo de las condiciones y los datos dados.
	Trabajar empezando por el final	Suponer que se tiene una solución y analizar sus características.
Activar experiencia previa	Recurrir a teoría relacionada	Recordar y utilizar teoría relacionada con el problema que puede ser útil para su resolución.
	Razonar por analogía	Recordar problemas resueltos anteriormente, cuya resolución resulte útil para abordar la resolución del nuevo problema.
Seleccionar una representación adecuada para el problema	Realizar un dibujo	Realizar una descripción gráfica del problema mediante una figura, un diagrama o un gráfico.
	Reinterpretar el problema en un lenguaje diferente	Traducir el problema en un lenguaje diferente al dado que facilite el abordaje: del simbólico al coloquial o al numérico, etc.
Modificar el problema	Reducir a problemas ya resueltos	Realizar alguna variación en el problema que permite transformarlo en otro ya conocido.
	Reducir a un problema más sencillo	Realizar una simplificación para obtener un problema semejante pero más sencillo, cuyo abordaje ayude a resolver el problema original.

	Dividir el problema en subproblemas	Descomponer en subproblemas, analizarlos independientemente y luego, recombinar las soluciones parciales para formular una solución general.
	Introducir un elemento auxiliar	Presentar algún elemento que no fue dado en el enunciado del problema (como cambio de variables, construcción auxiliar, etc.)
Examinar casos particulares	Analizar casos sistemáticamente (Inducción)	Asignarle valores a los parámetros del problema, para extraer pautas y realizar una generalización que permita avanzar en la resolución.
	Analizar casos límites o especiales	Considerar valores extremos para explorar la gama de posibilidades.
	Analizar ejemplos	Considerar valores cualesquiera que sirvan para ejemplificar y explorar el problema.
Examinar la solución obtenida	Verificar utilizando distintos registros de representación	Verificar la respuesta usando un registro de representación distinto de aquel en el que se produjo dicha respuesta.
	Verificar usando casos particulares	Verificar la respuesta en casos particulares.

Resistencia al reconocimiento del valor de las heurísticas

Cuando estamos frente a nuestros alumnos y les pedimos que liberen su imaginación y comiencen a resolver las situaciones que les planteamos escribiendo absolutamente todos los caminos que siguieron, incluso los que no los llevaron a la respuesta, ellos se niegan.

Suelen entregarnos una hoja en blanco o con la resolución que consideran correcta sin explicitar todo lo que pasó entre que se les dio el problema y llegaron a esa solución. Ocurre esto debido a la gran presión generada por la calificación, presión existente en el inconsciente reforzado por la idea de que la respuesta debe ser únicamente la correcta. Esto se acentúa aún más cuando los educandos utilizan libros de matemáticas especializados en los que se presentan las demostraciones o resultados sin nunca explicarse porqué o cómo el matemático escogió y usó un método y no otro para obtener la solución. Esto no se considera parte de la prueba sino más bien de la sagacidad del matemático quien guarda para sí la ruta que lo llevó a su solución. Además, en las demostraciones no hay rastros de los intentos fallidos para obtener la prueba. Cualquiera que haya resuelto un problema sabe que al hacerlo es muy común intentar varios caminos antes de encontrar el exitoso.

Los chicos entienden la matemática como un rompecabezas: “No hay reglas acerca de cómo deben ser resueltos los rompecabezas. La única regla concierne el producto final: todas las piezas deben estar en su lugar y el dibujo debe aparecer correctamente” (Velleman, 1994, p. 82). De esta forma se hace una clara distinción entre “la explicación de los procesos del pensamiento para construir una prueba y la justificación de la conclusión”

(Velleman, 1994, p. 88). Mientras que lo primero se considera de interés y competencia solo para la psicología, lo segundo es la actividad principal en el quehacer matemático.

Concordamos con Polya en que las matemáticas tienen varios aspectos. Pero …desgraciadamente, para muchos estudiantes son un conjunto de reglas rígidas que hay que aprenderse antes del examen final y que pueden olvidarse después ... Para un matemático involucrado en la investigación, el quehacer en matemáticas es muchas veces como un juego de adivinanza: hay que adivinar el teorema matemático antes de probarlo, hay que adivinar la idea de la demostración antes de escribir en detalle la prueba rigurosa ... La primera adivinanza puede estar lejos de la verdad, pero después de varios intentos y modificaciones, seguidos por la observación y analogía, se llega a una conjetura más atinada …

> El resultado del pensamiento creativo de un matemático es el razonamiento demostrativo, una prueba rigurosa, pero la prueba se descubre por medio del razonamiento plausible, adivinando. (Polya, 1968, p.158)

Importancia de valorar las heurísticas

Se vive en un mundo que no es sino que está siendo, como indicaba Freire (1985); en una realidad en constante construcción en la cual el educador aprende al enseñar y el educando enseña al aprender. En este mundo dinámico, nuestros estudiantes son protagonistas y las heurísticas que aplican en la resolución de problemas son parte de su actuar.

Además, podemos pensar en el aprendizaje como una búsqueda interminable de objetos esquivos que se evaporan o pierden su brillo cuando se alcanzan. (Bauman, 2009)

Consideramos que, en esa búsqueda inacabada, donde deben subsistir educadores y educandos, una posibilidad para el docente es utilizar las habilidades propias de cada joven para permitirles asumir un rol comprometido con la sociedad y el mundo en el que les ha tocado vivir, fomentar la creatividad para tener acceso a una diversidad de proyectos propios en pos de la construcción de un mundo mejor para todos, incentivarlos al trabajo colaborativo en relaciones simétricas con sus pares, evitando rivalidades y predominios de ciertas ideas impuestas por sobre otras, valorar el trabajo que realizan en tanto y cuanto transformadores de espacios y, transformar las clases de matemática en verdaderos ámbitos de discusión, exploración y construcción de conocimiento dando especial cabida al análisis de resultados y por sobre todo, a la reflexión crítica que los mismos ameritan.

Trabajo realizado

Para realizar el siguiente trabajo analizamos la producción durante tres años consecutivos de los alumnos en cursos de primer año de escuela secundaria en una institución en La Boca. Una vez por semana las clases de matemática cuentan con la presencia extra de otra profesora de la materia. Durante las mismas se trabaja bajo la modalidad de aula taller, los estudiantes separados en grupos de cuatro personas se enfrentan a situaciones problemáticas que deben resolver explicitando absolutamente todo lo que se les ocurre para hacerlo y todos los intentos realizados sin importar que estos conduzcan o no a la respuesta.

Basándonos en la búsqueda de darle a nuestros educandos herramientas para ser ciudadanos libres, críticos, reflexivos y pensantes comenzamos las clases del aula taller con situaciones simples en las cuales la respuesta al problema no es exactamente la respuesta obtenida de realizar un cálculo matemático sino que exige la interpretación de la misma.

Por ejemplo, se les pide que resuelvan en forma individual la siguiente situación:
"Todos los años antes de finalizar el ciclo lectivo, todos los alumnos y profesores de la institución festejamos un día de campo. Para ello debemos contratar micros que tienen una capacidad para 40 personas sin incluir el asiento del chofer. Por cada micro deben viajar dos profesores. Sabiendo que a la escuela concurren 500 estudiantes, ¿cuántos profesores van al día de campo? ¿Cuántos micros deben contratarse?"

En este tipo de situaciones, los escolares suelen no tener dificultades para encarar el problema: todos saben que deben realizar una división. Prontamente se ponen a dividir y dar como respuesta el cociente de esa división. Pero, ¿es correcto haber dividido por 40?, los que lo hicieron por 38, ¿cómo interpretan el resto?

Esas cuestiones, que tal vez parezcan muy simples, son las que deben aprender a leer. Con una puesta en común rápidamente se comprende la necesidad de pensar e interpretar en vez de actuar mecánicamente, y como dicen ellos "comienzan a calentar motores" para luego intentar resolver verdaderos problemas aplicando distintas heurísticas.

Muchas situaciones del mundo real presentan problemas que requieren decisiones y soluciones; resolver un problema requiere una formulación matemática detallada. Etimológicamente esta palabra proviene del griego "βραηλιν" , su significado es: lanzar, arrojar; así, un problema es algo con lo que un individuo inteligente con suficiente interés se enfrenta. Un ser humano está ante uno cuando desea obtener algo y no conoce en forma inmediata qué acción o serie de acciones debe llevar a cabo para conseguirlo. El objetivo puede ser abstracto (probar una propiedad, demostrar un teorema) o bien, concreto (lograr una meta en cualquier deporte, ganar en un juego, adquirir un bien, etc.); de tal forma, el objetivo puede ser un objeto físico como un conjunto de símbolos; en tanto que las acciones en procura de la obtención de tales metas u objetivos incluyen acciones físicas, actividades ligadas a la percepción y también otras estrictamente mentales, tales como: evocaciones, comparaciones, juicios, etc.

Los distintos problemas planteados a nuestros alumnos los motivan a utilizar diversas heurísticas. Ejemplificaremos sólo algunos.

Entre las situaciones problemáticas que les proponemos a nuestros educandos están aquellas que les permiten emplear como primera heurística la selección adecuada de una forma de representación del problema que les permite realizar una descripción gráfica del mismo mediante una figura, un diagrama o un gráfico. Por ejemplo el siguiente enunciado, de origen árabe, que data del siglo XI.

"A ambas orillas de un río crecen dos palmeras, una frente a la otra. Sus alturas son de 20 y 30 pies, y la distancia entre sus troncos (que suponemos verticales) es de 50 pies. En la copa de cada palmera hay un pájaro. Ambos descubren simultáneamente un pez en la superficie del río justo entre las palmeras. Los pájaros se lanzan a la vez y volando directamente hacia el pez, lo alcanzan al mismo tiempo. Si los pájaros vuelan a la misma velocidad ¿A qué distancia de la palmera más alta apareció el pez?”

La mayoría de los chicos pasan del lenguaje coloquial al gráfico, hacen diagramas e intentan resolver analizando ejemplos.

Un problema que no resulta muy fácil de resolver para los chicos es el siguiente: “En un campeonato internacional de ajedrez, cada maestro debió jugar exactamente una vez con cada uno de sus adversarios. Si en total se jugaron 45 partidas y la cantidad de maestros es un número par, ¿Cuál fue el número de maestros que participó del campeonato?”

En este caso, la mayoría de los educandos comenzaron a resolver el problema por tanteo. Algunos pocos armaron diagramas de árbol y los menos trataron de pasar el enunciado a una ecuación. Sólo un escolar planteó un razonamiento por analogía comparando este problema con un campeonato de fútbol (en realidad planteó un isomorfismo sin saberlo).

Conclusiones

Lo que se buscó fue que los educandos realicen un aprendizaje significativo de los temas utilizando la resolución de problemas y la aplicación de heurísticas para llevarlo a cabo.

Se plantea una educación dialógica porque es a través de ella que los alumnos comienzan a pensar por sí mismos alejándose de los vicios del bancarismo. Cabe destacar que cambiar esta manera de dar las clases y de interpretar la educación no es nada fácil, pues tanto padres, docentes como alumnos están muy acostumbrados a la educación tradicional y, a veces hasta exigen que se vuelva a ella.

En cuanto al uso de heurísticas, los estudiantes son reacios a mostrar su manera de interpretar los problemas y a dejar constancia de todos los caminos recorridos para resolverlos. Suelen borrar los intentos fallidos porque aún temen obtener una calificación baja si muestran los procedimientos erróneos. Es un arduo trabajo hacerles entender, y que nos crean, que las respuestas correctas no son siempre las primeras que se nos ocurren y que tampoco tienen porqué serlas. La presión por la nota, considerada desde el punto de vista bancario, está tan internalizada que cuesta que los educandos actúen en forma libre, reflexiva y crítica aplicando sus propias heurísticas.

Cuando se enfrentan a la obligación de resolver un problema, la mayoría de los chicos pasan del lenguaje coloquial al gráfico o a una ecuación, hacen diagramas e intentan resolver analizando ejemplos. Muy pocos dividen el problema en subproblemas. Casi ninguno realiza verificaciones una vez alcanzada alguna respuesta y es mínima la cantidad de alumnos que trabajan empezando por el final.

De todas maneras, de la presente experiencia podemos concluir que con trabajo continuo en la línea de la educación dialógica y la utilización de heurísticas, los estudiantes se acostumbran a no tener miedo a pensar por sí mismos, a ser críticos de sus procedimientos y a compartirlos con sus compañeros formándose lentamente como ciudadanos libres y reflexivos.

Referencias Bibliográficas

Bauman, Z. (2009) *El arte de la vida. De la vida como obra de arte*. Barcelona: Editorial Paidós

Cassibba, R; Poliszuk, J. (2006) *Educación matemática y exclusión social*. En Boletín Las matemáticas en la enseñanza media. N° 37 año 4. Disponible en www.matematicaparatodos.com

Freire, P (1985) *Reflexión crítica sobre las virtudes del educador*. Buenos Aires: Editorial Búsqueda.

Lens, J. (2001) *Paulo Freire: su praxis pedagógica como sistema.* Instituto Paulo Freire (IPF) de San Pablo. UNCPBA. Buenos Aires: Editorial Yagüe.

Marino y Rodríguez. (2009). Un estudio exploratorio sobre heurísticas en estudiantes de un curso de matemática de nivel pre-universitario. *Paradigma*, *XXX, 2*, 165-187.

Polya, G (1968) *Mathematics and Plausible Reasoning.* Volume II Patterns of Plausible Inference. Princeton University Press.

Velleman, D. (1994). *How to Prove it. A Structured Approach*. Cambridge University Press.